



Aluno(a): _____ **GABARITO** _____

Professor(a): _____ Giselle _____ Data: ____/____/2020.

Exercícios de Matemática II

➤ Gabarito dos exercícios do livro de Matemática, página 188.

CAPÍTULO 7 POLÍGONOS

EXERCÍCIOS COMPLEMENTARES

38 A soma das medidas dos ângulos internos de um polígono é 2.880° .

- a) Quantos lados tem esse polígono? **18 lados**
- b) Se ele for regular, quanto mede cada um de seus ângulos externos? **20°**
- c) Quantas são as suas diagonais? **135 diagonais**

a) $Si = (n - 2) \cdot 180^\circ$

$$2.880^\circ = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$2.880^\circ = 180^\circ n - 360^\circ$$

$$2.880^\circ + 360^\circ = 180^\circ n$$

$$3.240^\circ = 180^\circ n$$

$$\frac{3.240^\circ}{180^\circ} = n$$

$$18$$

$$n = 18 \text{ lados}$$

b) $ae = \frac{Se}{n}$ $ae = \frac{360^\circ}{18}$ $ae = 20^\circ$

c) $d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2}$ $d = \frac{18 \cdot (18 - 3)}{2}$ $d = \frac{18 \cdot 15}{2}$ $d = \frac{270}{2}$ $d = 135 \text{ diagonais.}$

39 A medida de um ângulo externo de um polígono regular é 24° .

- a) Quantos lados tem esse polígono? **15 lados**
- b) Qual é a medida de cada um de seus ângulos internos? **156°**

a) $ae = \frac{Se}{n}$ $24^\circ = \frac{360^\circ}{n}$ $24^\circ n = 360^\circ$ $n = \frac{360^\circ}{24^\circ}$ $n = 15 \text{ lados.}$

b) $ai = \frac{Si}{n}$ $ai = \frac{2.340^\circ}{15}$ $ai = 156^\circ$

$$Si = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$Si = (15 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$Si = 13 \cdot 180^\circ$$

$$Si = 2.340^\circ$$

40 Um triângulo é regular.

- a) Quanto mede cada um de seus ângulos internos? 60°
- b) Quanto mede cada um de seus ângulos externos? 120°
- c) Se cada um dos lados desse triângulo mede 12,6 cm, quantos centímetros tem seu perímetro? $37,8 \text{ cm}$

a) A soma dos ângulos internos de qualquer triângulo sempre dará 180° .

$$ai = \frac{Si}{n} \quad ai = \frac{180^\circ}{3} \quad ai = 60^\circ$$

$$b) ae = \frac{Se}{n} \quad ae = \frac{360^\circ}{3} \quad ae = 120^\circ$$

$$c) P = 12,6 + 12,6 + 12,6 = 37,8 \text{ cm.}$$

41 A diferença entre a medida de um ângulo interno de um hexágono regular e a medida de um ângulo interno de um quadrado é igual à medida do ângulo externo de qual polígono regular? dodecágono

$$ai = \frac{Si}{n} \quad ai = \frac{720^\circ}{6} \quad Si = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$ai = 120^\circ \quad Si = (6 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$Si = 4 \cdot 180^\circ$$

$$Si = 720^\circ$$

$$ai = \frac{Si}{n} \quad ai = \frac{360^\circ}{4} \quad ai = 90^\circ$$

$$ai \text{ hexágono} - ai \text{ quadrado} =$$

$$120^\circ - 90^\circ =$$

$$30^\circ$$

$$ae = \frac{Se}{n} \quad 30^\circ = \frac{360^\circ}{n} \quad 30^\circ n = 360^\circ \quad n = \frac{360^\circ}{30^\circ} \quad n = 12 \text{ lados} = \text{dodecágono}$$

42 O número de diagonais de um polígono regular é o triplo do número de seus lados. Determine:

- a) o número de lados desse polígono; **9 lados**
- b) o número de suas diagonais; **27 diagonais**
- c) a soma das medidas dos ângulos internos desse polígono; **1.260°**
- d) a medida de seu ângulo externo. **40°**

a) O primeiro polígono a ser formado é um triângulo.

Então, como o nº de diagonais é o triplo do nº de lados, calcula-se 3 (lados de um triângulo) x 3 (triplo) = 9 lados.

$$\text{b) } d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} \quad d = \frac{9 \cdot (9 - 3)}{2} \quad d = \frac{9 \cdot 6}{2} \quad d = \frac{54}{2} \quad d = 27 \text{ diagonais}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } Si &= (n - 2) \cdot 180^\circ \\ Si &= (9 - 2) \cdot 180^\circ \\ Si &= 7 \cdot 180^\circ \\ Si &= 1.260^\circ \end{aligned}$$

$$\text{d) } ae = \frac{Se}{n} \quad ae = \frac{360^\circ}{9} \quad ae = 40^\circ$$

43 Quantas diagonais tem o polígono regular cujo ângulo interno mede 135°?

20 diagonais

Resolução

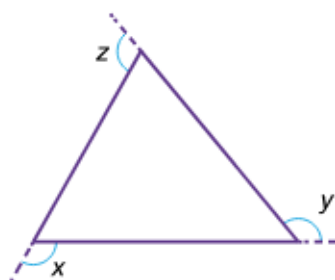
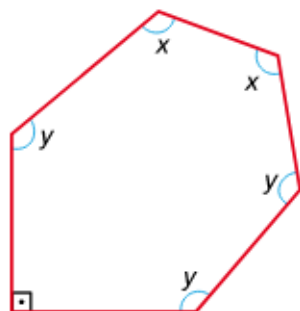
Para calcular o número de diagonais, precisamos primeiro descobrir o número de lados. Podemos fazer isso da seguinte maneira:

- $a_i + a_e = 180^\circ \Rightarrow 135^\circ + a_e = 180^\circ \Rightarrow a_e = 45^\circ$
- $a_e = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow 45^\circ = \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow n = 8$

$$\text{Assim: } d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} = \frac{8 \cdot (8 - 3)}{2} = \frac{8 \cdot 5}{2} = 20$$

Logo, o polígono tem 20 diagonais.

44 Nas figuras, sabe-se que $y - x = 10$. Determine o valor de z . 110°



Triângulo

$$ae = \frac{Se}{n} \quad ae = \frac{360^\circ}{3} \quad ae = 120^\circ$$

$$x, y, z = 120^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{Como: } y - x &= 10 \\ z &= 120^\circ - 10 \\ z &= 110^\circ \end{aligned}$$

45 Se por um dos vértices de um polígono foi possível traçar 10 diagonais, responda:

- a) quantos lados tem esse polígono? 13
- b) em quantos triângulos o polígono ficou dividido? 11
- c) quantas são as suas diagonais? 65
- d) qual a soma das medidas de seus ângulos internos? 1.980°
- e) qual a soma das medidas de seus ângulos externos? 360°

a) e b) Nos polígonos de 13 lados, as diagonais formam 11 triângulos, pois traçando todas as diagonais a partir de um dos vértices desse polígono, obtemos $(n - 2)$ triângulos.

- b) $(n - 2)$ triângulos
 $(13 - 2)$ triângulos
 11 triângulos
- a) Sendo $n = 13$ lados

$$c) d = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} \quad d = \frac{13 \cdot (13 - 3)}{2} \quad d = \frac{13 \cdot 10}{2} \quad d = \frac{130}{2} \quad d = 65 \text{ diagonais}$$

$$d) Si = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$Si = (13 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$Si = 11 \cdot 180^\circ$$

$$Si = 1.980^\circ$$

$$e) Se = 360^\circ$$

46 Um polígono regular B tem 2 lados a mais que o polígono regular T. A diferença entre o número de suas diagonais é 15.

a) Quantos lados tem esse polígono B? **10 lados**

b) Quantas diagonais tem esse polígono T? **20 diagonais**

a) Polígono B = 10 lados
Polígono T = 8 lados

$$dB = \frac{n \cdot (n - 3)}{2} \quad dB = \frac{10 \cdot (10 - 3)}{2} \quad dB = \frac{10 \cdot 7}{2} \quad dB = \frac{70}{2} \quad dB = 35 \text{ diagonais}$$

$$dT = \frac{8 \cdot (8 - 3)}{2} \quad dT = \frac{8 \cdot 5}{2} \quad dT = \frac{40}{2} \quad dT = 20 \text{ diagonais}$$

Diferença da diagonais B – T = 35 – 20 = 15 diagonais.

b) O polígono T tem 20 diagonais.

47 O ângulo interno de um polígono regular mede 135° .

a) Quanto mede seu ângulo externo? **45°**

b) Quantos lados tem esse polígono? **8 lados**

c) Se cada lado desse polígono mede 3,4 cm, quantos centímetros tem seu perímetro? **27,2 cm**

d) Quantas são as diagonais traçadas por um de seus vértices? **5 diagonais**

$$a) a_i + a_e = 180^\circ$$

$$135^\circ + a_e = 180^\circ$$

$$a_e = 180^\circ - 135^\circ$$

$$a_e = 45^\circ$$

$$b) a_e = \frac{Se}{n} \quad 45^\circ = \frac{360^\circ}{n} \quad 45^\circ n = 360^\circ$$

$$n = \frac{360^\circ}{45^\circ}$$

$$n = 8 \text{ lados}$$

$$c) P = 3,4 \times 8 \text{ lados} = 27,2 \text{ cm}$$

$$d) \text{ Então: } (n - 3) \text{ diagonais}$$

$$(8 - 3)$$

$$5 \text{ diagonais}$$

48 Quantos lados deve ter um polígono para que a soma das medidas de seus ângulos internos seja igual à soma das medidas de seus ângulos externos?

4 lados

No exercício 48, se achar conveniente, mostre aos alunos a demonstração dessa resposta igualando a fórmula referente à soma das medidas de ângulos internos e o valor referente à soma dos ângulos externos de qualquer polígono. Assim:

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = 360^\circ \Rightarrow n - 2 = \frac{360^\circ}{180^\circ} \Rightarrow n - 2 = 2 \Rightarrow n = 4$$

49 A menor diagonal de um polígono regular forma, com um dos lados, um ângulo de 30° . Dê a soma das medidas dos ângulos internos desse polígono.

720°

Resolução

A menor diagonal de um polígono regular forma um triângulo isósceles com os dois lados consecutivos que têm vértices comuns a seus extremos. Esse triângulo tem dois ângulos de 30° , o que implica que o outro ângulo interno mede 120° , ou seja, o ângulo externo do polígono procurado mede $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$.

Como $a_e = 360^\circ : n$, temos:

$$60^\circ = 360^\circ : n$$

$$n = 360^\circ : 60^\circ$$

$$n = 6$$

Logo, a medida dos ângulos internos desse polígono é: $6 \cdot 120^\circ = 720^\circ$

- 50 O polígono regular P_1 tem o dobro do número de lados do polígono regular P_2 . Somando-se 36° à medida do ângulo interno de P_2 , obtém-se a medida do ângulo interno de P_1 . Quantos lados tem P_2 ? **5 lados**

Comentário

Neste exercício convém lembrar aos alunos que eles devem organizar todos os dados do enunciado, traduzindo-os para a linguagem matemática.

Resolução

Temos dois polígonos regulares, P_1 e P_2 . O número de lados de P_1 é o dobro de P_2 , logo:

$$n_1 = 2 \cdot n_2 \text{ (I)}$$

A outra informação é que, somando 36° à medida do ângulo interno de P_2 , obtém-se a medida do ângulo interno de P_1 , logo, sendo a_{i1} a medida do ângulo interno de P_1 e a_{i2} a medida do ângulo interno de P_2 , temos:

$$a_{i2} + 36^\circ = a_{i1} \text{ (II)}$$

De (II) temos:

$$\begin{aligned} \frac{(n_2 - 2) \cdot 180^\circ}{n_2} + 36^\circ &= \\ &= \frac{(n_1 - 2) \cdot 180^\circ}{n_1} \end{aligned}$$

Substituindo n_1 por $2 \cdot n_2$ nessa equação, temos:

$$\begin{aligned} \frac{(n_2 - 2) \cdot 180^\circ}{n_2} + 36^\circ &= \\ &= \frac{(2n_2 - 2) \cdot 180^\circ}{2n_2} \\ \frac{2(n_2 - 2) \cdot 180^\circ}{2n_2} + \frac{36^\circ \cdot 2n_2}{2n_2} &= \\ &= \frac{(2n_2 - 2) \cdot 180^\circ}{2n_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2n_2 \cdot 180^\circ - 4 \cdot 180^\circ + 72^\circ n_2 &= 2n_2 \cdot 180^\circ - 2 \cdot 180^\circ \\ 72^\circ n_2 &= 2 \cdot 180^\circ \Rightarrow n_2 = 5 \end{aligned}$$

Portanto, o polígono P_2 tem 5 lados.

- 51 A diferença entre o número de lados de dois polígonos é 2. Determine a diferença entre as somas das medidas dos ângulos internos desses dois polígonos. **360°**

Hexágono (6 lados) – quadrilátero (4 lados) 2 lados.

Si hexágono = 720°

Si quadrilátero = 360°

Diferença = $720^\circ - 360^\circ = 360^\circ$

- 52 O número de diagonais de um polígono regular é igual ao sêxtuplo do número de lados. Qual é a medida do seu ângulo externo? 24°

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$6n = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$12n = n^2 - 3n$$

$$n^2 - 3n - 12n = 0$$

$$n^2 - 15n = 0$$

$$n(n - 15) = 0$$

$$n = 0 \quad \text{ou} \quad n = 15$$

O polígono em questão tem 15 lados

Como se sabe a soma dos ângulos externos de qualquer polígono é sempre 360° . Então cada um dos ângulos externos deste polígono de 15 lados é

$$360^\circ \div 15 = 24^\circ$$