CAPÍTULO

22

PROBABILIDADE

Introdução ao estudo da Probabilidade

Experimento aleatório, espaço amostral e evento

- Experimento aleatório é todo experimento que, ao ser repetido várias vezes e sob as mesmas condições, apresenta, entre as possibilidades, resultados imprevisíveis.
- Espaço amostral (S) de um experimento aleatório é o conjunto de todos os resultados possíveis desse experimento.
- Evento (E) é todo subconjunto do espaço amostral.

Eventos

- **Evento simples ou evento elementar**: quando o evento é um subconjunto unitário do espaço amostral.
- **Evento certo**: quando o evento coincide com o espaço amostral.
- **Evento impossível**: quando o conjunto que o representa é vazio.
- **Eventos mutuamente exclusivos**: quando dois eventos não têm elementos comuns.
- **Eventos complementares**: dois eventos que não têm elementos comuns e cuja união é igual ao espaço amostral.

Probabilidade

Definição de probabilidade

Em um espaço amostral equiprovável S, finito e não vazio, a probabilidade de ocorrência de um evento E, indicada por $P(E)$, é a razão entre o número de elementos do evento, $n(E)$, e o número de elementos do espaço amostral, $n(S)$:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

Consequências da definição

$$0 \leqslant P(E) \leqslant 1$$

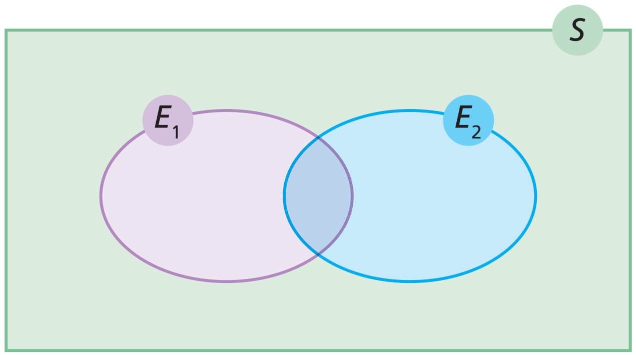
- Se E é um evento impossível, então: $P(E) = 0$
- Se E é um evento certo, então: $P(E) = 1$

Intersecção de dois eventos

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

União de dois eventos

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_1 \cap E_2)$$



Eventos mutuamente exclusivos

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

ILUSTRAÇÕES: ADILSON SECCO

Eventos complementares

$$P(E_1) + P(E_2) = 1$$

Probabilidade condicional

Definição de probabilidade condicional

$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, com $P(B) > 0$, ou $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B)$

Eventos independentes

Dois eventos, A e B, são eventos independentes se a ocorrência de um deles não afeta a ocorrência do outro, isto é, $P(A/B) = P(A)$ e $P(B/A) = P(B)$.

Para ocorrência simultânea de dois eventos independentes, temos:

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

Dois eventos são eventos dependentes quando:

$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$

Método binomial

Análise por árvore de possibilidades

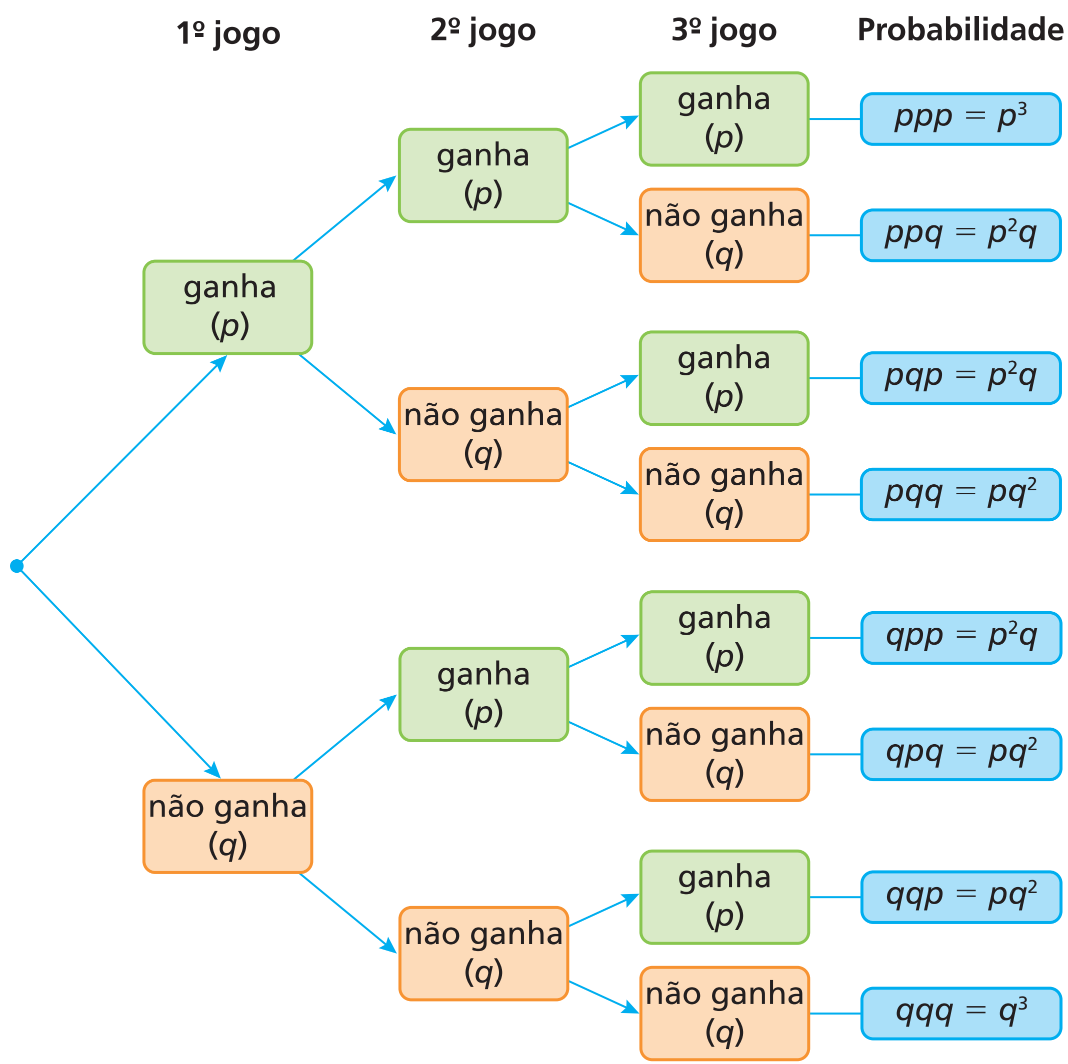
Situação: torneio de tênis de mesa composto de três jogos. Em cada jogo, só é possível ganhar ou não ganhar.

Vamos representar por p a probabilidade de uma pessoa ganhar um jogo e por q a de não ganhar. Vamos supor que p seja constante para os três jogos. Como não há empate, ganhar e não ganhar são eventos complementares; logo, $p + q = 1$.

Podemos representar todas as possibilidades desse torneio em uma árvore de possibilidades. Observe que os resultados são os termos do desenvolvimento do binômio:

$$(p + q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3$$

Árvore de possibilidades



Formalização da ideia

Se, para determinado evento E, há somente duas possibilidades – sucesso ou insucesso – cujas probabilidades são, respectivamente, p e q, temos, para a probabilidade de ocorrer m vezes o resultado procurado, em um total de n repetições do experimento, a expressão:

$$P(E) = \binom{n}{m} \cdot p^{m} \cdot q^{n-m}$$

Observação:

O evento "ocorrer m sucessos em n experimentos" é formado por todas as ênuplas ordenadas em que existem m sucessos e $(n - m)$ insucessos. O número de ênuplas é:

$$P_n^{m,\, n-m} = \frac{n!}{m!(n-m)!} = C_{n,\, m} = \binom{n}{m}$$